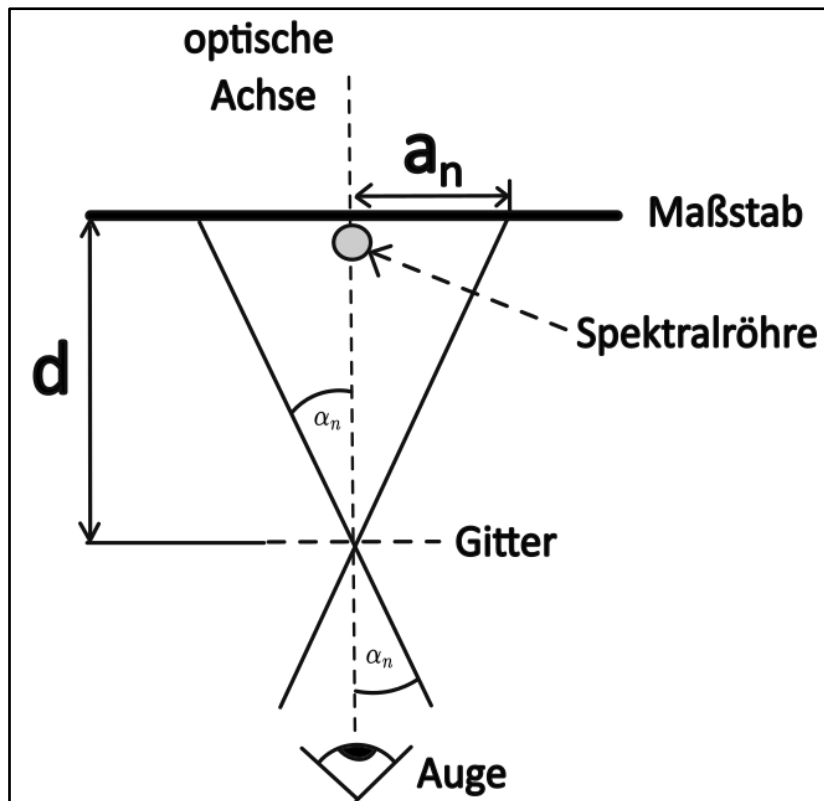
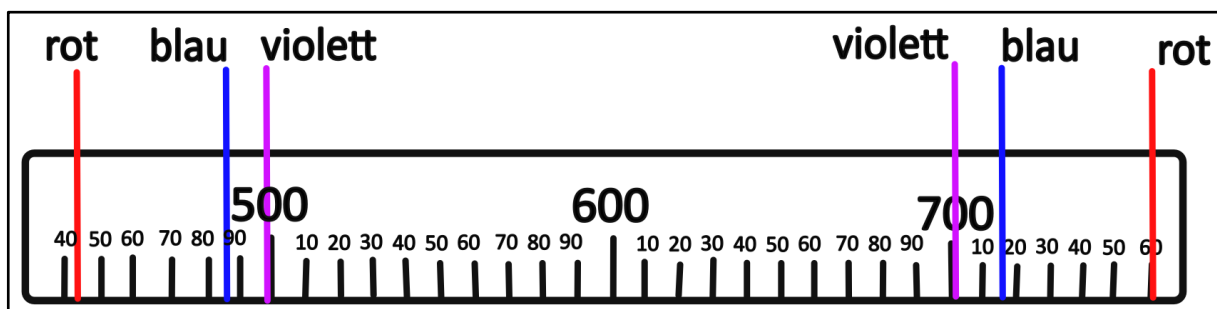


Aufgabenzettel – Linienspektren - Lösung

Für die Untersuchung des Wasserstoffspektrums wird eine mit Wasserstoff gefüllte Spektralröhre unmittelbar vor einem Maßstab aufgestellt und durch ein optisches Gitter betrachtet. Die Abbildung zeigt den Versuchsaufbau.



Folgende Abbildung stellt das durch das Gitter beobachtete Spektrum des atomaren Wasserstoffs dar.

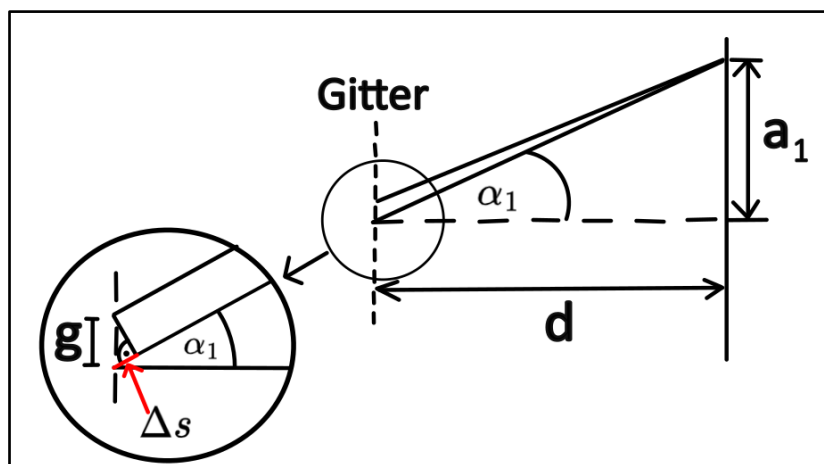


Der Abstand zwischen dem Maßstab und dem optischen Gitter beträgt $d = 0,40$ m.

Die Winkel α_n , unter denen die Gittermaxima der n-ten Ordnung beobachtet werden, entsprechen den Winkeln, die man erhalten würde, wenn die Maxima auf einem Schirm im Abstand d hinter dem Gitter projiziert würden.

- a) Leiten Sie mithilfe einer beschrifteten Skizze für diese Anordnung, also die Abbildung der Maxima auf einem Schirm hinter dem Gitter, die folgende Beziehung her, die die Wellenlänge λ , die Gitterkonstante g und den Abstand a_1 des ersten Ordnungsmaximums von der optischen Achse miteinander verknüpft:

$$\lambda = g \cdot \frac{a_1}{\sqrt{d^2 + a_1^2}}$$



Beim Gittermaximum erster Ordnung beträgt der Gangunterschied Δs zwischen den Wellen aus jeweils zwei benachbarten Gitteröffnungen genau eine Wellenlänge.

$$\Delta s = \lambda$$

Aus der Skizze erkennt man

$$\sin(\alpha_1) = \frac{\Delta s}{g} \quad \text{und} \quad \sin(\alpha_1) = \frac{a_1}{\sqrt{d^2 + a_1^2}}$$

Das Einsetzen von $\Delta s = \lambda$ und anschließendes Gleichsetzen ergibt

$$\frac{\lambda}{g} = \frac{a_1}{\sqrt{d^2 + a_1^2}} \Rightarrow \lambda = g \cdot \frac{a_1}{\sqrt{d^2 + a_1^2}}$$

Die Gitterkonstante g des verwendeten Gitters beträgt $g = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Die Wellenlänge des blauen Lichts beträgt 486 nm und die des roten Lichts 656 nm.

b) Ermitteln Sie die Wellenlänge der violetten Spektrallinie.

$$a_1 = \frac{0,701 \text{ m} - 0,498 \text{ m}}{2} = 0,102 \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{violett}} = g \cdot \frac{a_1}{\sqrt{d^2 + a_1^2}} = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \frac{0,102 \text{ m}}{\sqrt{(0,40 \text{ m})^2 + (0,102 \text{ m})^2}} = 432 \text{ nm}$$

Antwort: Die Wellenlänge beträgt 432 nm.

Der Wasserstoff in der Spektralröhre besteht aus vielen Wasserstoffatomen. Das Bohrsche Atommodell stellte damals einen bedeutenden Fortschritt in der Beschreibung des Atoms dar und war ein wesentlicher Schritt zur Entwicklung der Quantenmechanik. Es baute auf Erkenntnissen der klassischen Physik auf und kombinierte diese mit neuen quantenphysikalischen Prinzipien, um das Verhalten von Elektronen in Atomen besser zu verstehen.

c) Formulieren Sie die Bohr'schen Postulate in der fachwissenschaftlich gängigen Ausdrucksweise.

1. Bohr'sches Postulat (Quantenbedingung): Der Bahndrehimpuls $L = r \cdot m \cdot v$

kann nur ganzzahlige Vielfache von $h/2\pi$ annehmen:

$$L = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

Auf diesen Bahnen bewegt sich das Elektron ohne Strahlungsverlust. n ist die Quantenzahl, die die entsprechende Bahn festlegt.

2. Bohr'sches Postulat (Frequenzbedingung): Wenn ein Elektron von einer Bahn höherer Energie E_m auf eine Bahn niedrigerer Energie E_n wechselt, wird die Energiedifferenz durch Emission eines Photons freigesetzt:

$$h \cdot f = E_m - E_n$$

Im umgekehrten Fall, bei der Absorption, wird ein Photon aufgenommen, um den Übergang auf eine Bahn höherer Energie zu ermöglichen.

Wird das Nullniveau der Gesamtenergie des Elektrons im Wasserstoffatom auf den unendlichen Abstand festgelegt, so erhält man für seine Gesamtenergie auf der n-ten Bahn:

$$E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Die folgenden Werte ergeben sich für die ersten fünf Energieniveaus E_n des Wasserstoffatoms:

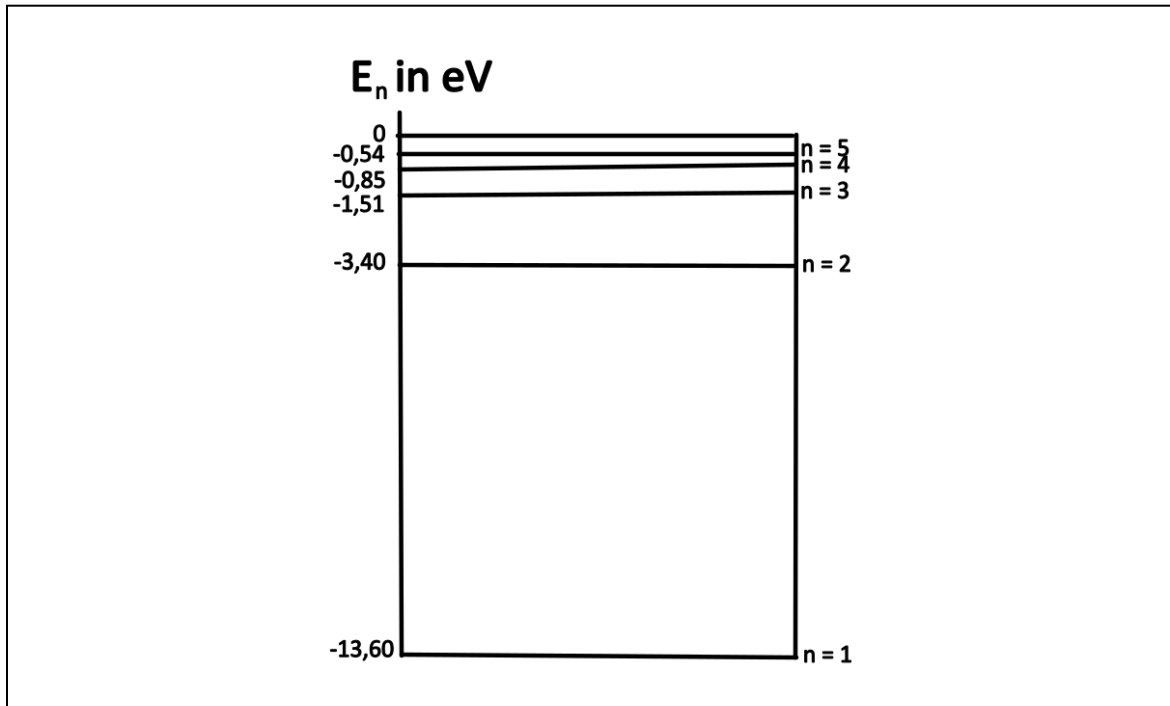
n	1	2	3	4	5
E_n in eV	-13,6	-3,40	-1,51	-0,85	-0,54

d) Bestimmen Sie die Gesamtenergie E_n des Elektrons im Wasserstoffatom für $n \rightarrow \infty$ und interpretieren Sie das Resultat.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = 0 \text{ eV}$$

Interpretation: Ein Elektron mit der Gesamtenergie 0 eV ist ein ungebundenes bzw. freies Elektron.

- e) Erstellen Sie eine maßstabsgetreue Darstellung des Energieniveauschemas des Wasserstoffatoms und geben Sie die entsprechenden Energiewerte für die jeweiligen Niveaus an.



- f) Ermitteln Sie die Übergänge im Wasserstoffatom, die den drei (in der oberen Abbildung) beobachteten Spektrallinien entsprechen.

$$\lambda_{\text{violett}} = 434 \text{ nm}, \lambda_{\text{blau}} = 486 \text{ nm}, \lambda_{\text{rot}} = 656 \text{ nm}$$

Formel: $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Einsetzen ergibt:

$$E_{\text{violett}} = 4,58 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,86 \text{ eV}$$

$$E_{\text{blau}} = 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,55 \text{ eV}$$

$$E_{\text{rot}} = 3,03 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,89 \text{ eV}$$

Der Übergang von $n = 5$ zu $n = 2$ erzeugt die violette Linie. $E_5 - E_2 = 2,86 \text{ eV} = E_{\text{violett}}$

Der Übergang von $n = 4$ zu $n = 2$ erzeugt die blaue Linie. $E_4 - E_2 = 2,55 \text{ eV} = E_{\text{blau}}$

Der Übergang von $n = 3$ zu $n = 2$ erzeugt die rote Linie. $E_3 - E_2 = 1,89 \text{ eV} = E_{\text{rot}}$

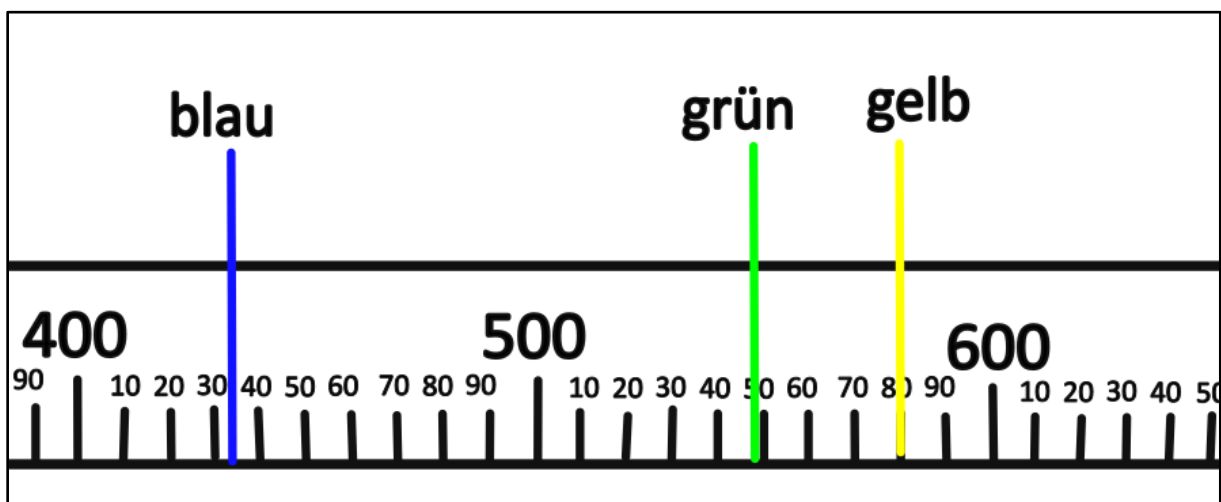
g) Ein Wasserstoffatom befindet sich im Grundzustand. Erläutern Sie, welche Übergänge möglich sind, wenn das Atom durch ein Elektron mit einer Energie von 12,5 eV angeregt wird.

Aus $E_1 + E_{\text{Elektron}} = -13,6 \text{ eV} + 12,5 \text{ eV} = -1,1 \text{ eV}$ ergibt sich, dass durch ein Elektron die Übergänge zu $n = 2$ und $n = 3$ angeregt werden können.

h) Erläutern Sie, welche Übergänge angeregt werden können, wenn das Wasserstoffatom durch ein Photon mit einer Energie von 12,5 eV getroffen wird.

Da ein Photon seine gesamte Energie auf einmal abgibt, kann bei einem Photon mit derselben Energie kein Übergang angeregt werden.

Die Emission von Licht durch die Anregung von Quecksilberatomen spielt eine wesentliche Rolle bei der Funktionsweise moderner Energiesparlampen. In der vorherigen Aufgabe wurde das Wasserstoffspektrum durch Elektronenübergänge zwischen verschiedenen Energieniveaus erklärt. Ein ähnlicher Ansatz lässt sich auch auf das Quecksilberspektrum anwenden. Die Abbildung zeigt das Spektrum von Quecksilber. Dieses Mal wurde der Maßstab durch eine Nanometer-Skala ersetzt.



- i) Entnehmen Sie aus der Abbildung die Wellenlängen der drei sichtbaren Spektrallinien des Quecksilberspektrums.

Blau: ca. 433 nm

Grün: ca. 548 nm

Gelb: ca. 580 nm

- j) Die intensivste Spektrallinie des Quecksilberspektrums resultiert aus einem Übergang mit einer Energie von 4,9 eV. Weisen Sie nach, dass diese Spektrallinie im ultravioletten Bereich des Spektrums liegt.

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$
$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{h \cdot c}{4,9 \text{ eV}} = 253 \text{ nm}$$

Antwort: Daher befindet sich die Spektrallinie im UV-Bereich.

In modernen Energiesparlampen wird Quecksilber zur Lichtemission angeregt. Leuchtstoffe auf der Innenseite des Glaskörpers wandeln das im Quecksilberspektrum enthaltene UV-Licht in sichtbares Licht um. Dabei absorbiert der Leuchtstoff ein UV-Photon und emittiert ein energieärmeres Photon im sichtbaren Bereich. Die verbleibende Energiedifferenz wird im Leuchtstoff in Wärmeenergie umgewandelt.

- k) Ein Leuchtstoff in einer Energiesparlampe wandelt UV-Licht mit einer Energie von 4,9 eV in rotes Licht mit einer Wellenlänge von 610 nm um. Berechnen Sie den prozentualen Anteil der UV-Licht-Energie, der in sichtbares Licht umgewandelt wird.

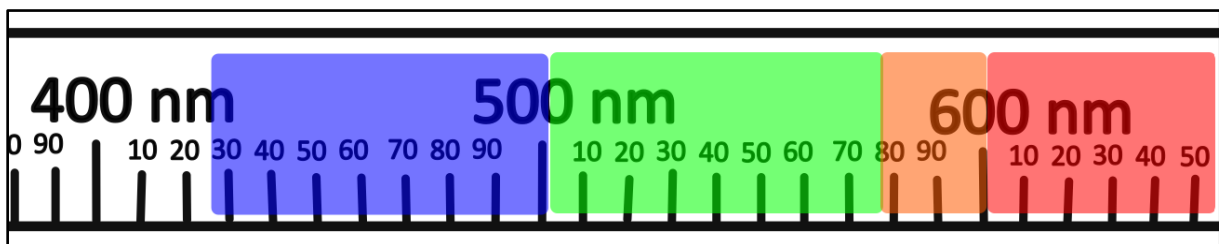
$$E_{\text{rot}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \frac{c}{610 \text{ nm}} = 2,03 \text{ eV}$$

$$\frac{E_{\text{rot}}}{E_{\text{UV}}} = \frac{2,0 \text{ eV}}{4,9 \text{ eV}} = 0,41 = 41 \%$$

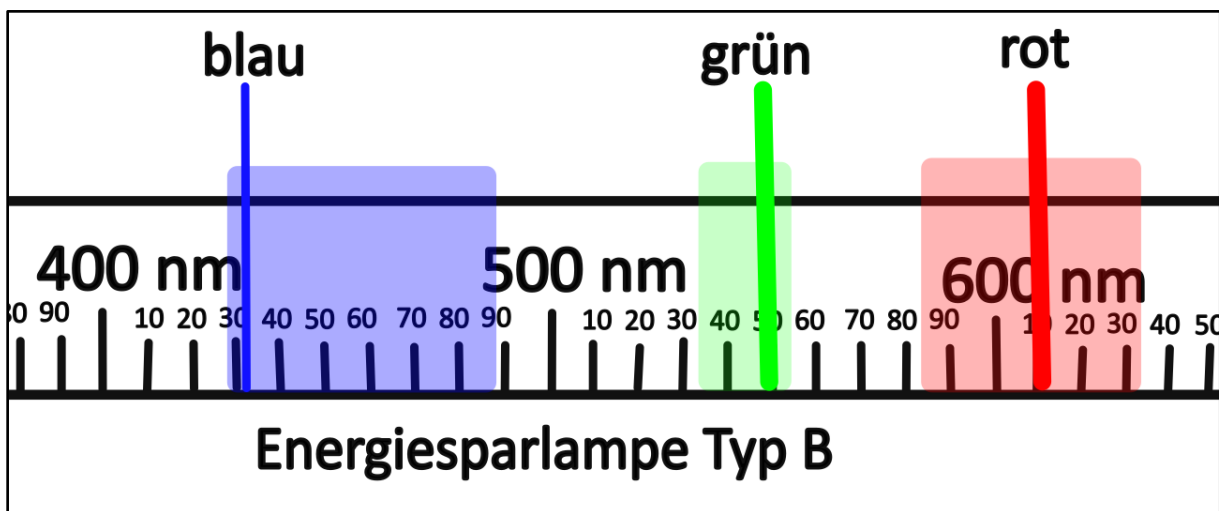
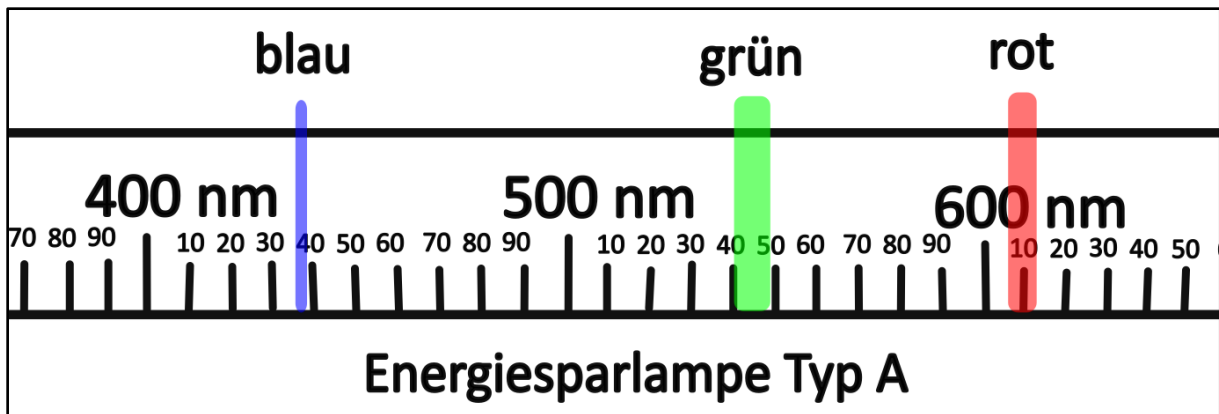
Antwort: Der prozentuale Anteil der UV-Licht-Energie, der in sichtbares Licht umgewandelt wird beträgt 41 %.

Energiesparlampen ermöglichen im Vergleich zu herkömmlichen Glühlampen eine deutliche Energieeinsparung. Allerdings wird oft kritisiert, dass sie im Gegensatz zu Glühlampen ein weniger angenehmes Licht erzeugen.

Die sogenannte „Farbwiedergabe“ von Energiesparlampen und deren Wirkung auf den Menschen hängt maßgeblich davon ab, dass die Leuchtstoffe, welche das UV-Licht in sichtbares Licht umwandeln, ein möglichst kontinuierliches Spektrum erzeugen. Die folgende Abbildung zeigt das kontinuierliche Spektrum einer Glühlampe.



Die beiden folgenden Abbildungen zeigen zum Vergleich die Spektren zweier verschiedener Energiesparlampen.



l) Vergleichen Sie die Spektren der beiden Energiesparlampen jeweils mit dem Spektrum von Quecksilber und beschreiben Sie die Unterschiede und Gemeinsamkeiten.

In den Spektren beider Energiesparlampen sind die blaue und die grüne Spektrallinie des Quecksilberspektrums deutlich sichtbar, während die gelbe Spektrallinie nicht als separate Linie erkennbar ist.

m) Vergleichen Sie die Spektren der beiden Energiesparlampen hinsichtlich ihrer Farbwiedergabe miteinander.

Die Energiesparlampe B zeigt ein nahezu kontinuierliches Spektrum, während das Spektrum der Energiesparlampe A deutlich diskontinuierlich ist. Obwohl im Spektrum von Lampe A auch ein orange-roter Bereich vorhanden ist, ist dieser deutlich weniger intensiv als bei Lampe B. Zudem fehlen im Spektrum von Lampe A große Teile des grünen und blauen Bereichs; es zeigt sich lediglich eine zusätzliche blaue Linie im Vergleich zum Quecksilberspektrum.

Daher ist zu erwarten, dass die Energiesparlampe B eine deutlich bessere Farbwiedergabe bietet.