

Periodendauer eines ungedämpften Fadenpendels

Eine Masse befindet sich an einem Faden und schwingt hin und her. Für kleine Winkel kann man bei einem geeigneten Koordinatensystem und den Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ und $v(0) = 0$ die Bewegung eines Fadenpendels durch die allgemeine Zeit-Ort-Funktion

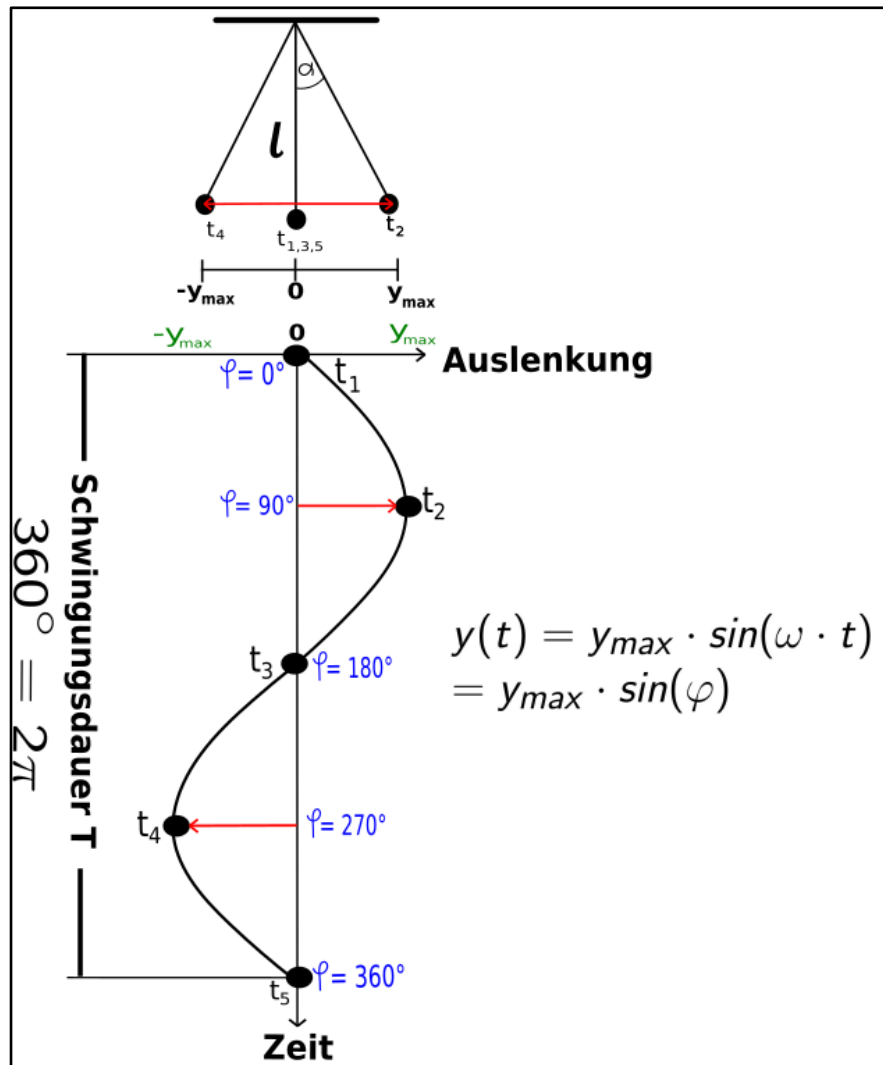
$$y(t) = y_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

(Formel 1)

oder

$$y(t) = y_{\max} \cdot \sin(\varphi)$$

beschreiben. Nach je 360° bzw. 2π ist das Fadenpendel einmal vollständig hin und her geschwungen. Deshalb wiederholen sich die Werte für $y(t)$ alle 360° bzw. 2π .



Winkel φ in Grad	0°	90°	180°	270°	360°	450°	540°	630°	720°
Winkel φ im Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π
$y(t)$	0	y_{\max}	0	$-y_{\max}$	0	y_{\max}	0	$-y_{\max}$	0

Die Schwingungsdauer einer vollständigen Schwingung wird mit dem Buchstaben T gekennzeichnet. Aus der Formel 1 wird für diesen Fall

$$y(t) = y_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot T)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω ist gegeben durch

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Stellt man diese Gleichung nach T um ergibt sich

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Setzt man nun für ω wie im Zeit-Weg-Gesetz für das Fadenpendel

$$y(t) = y_{\max} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t\right)$$

den Ausdruck $\sqrt{\frac{g}{l}}$ ergibt sich für die Periodendauer T

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Die Schwingungsdauer T ist bei einem festen Ortsfaktor g nur von der Fadenlänge l abhängig.