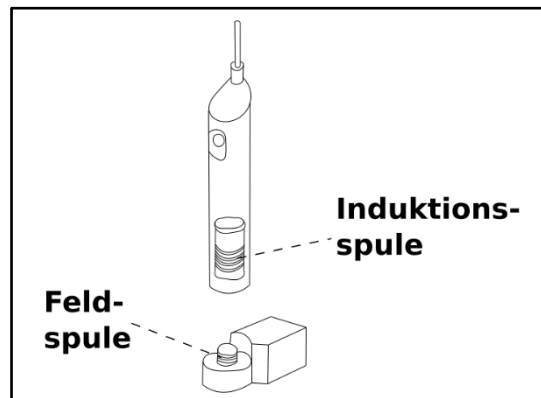


Aufgabenzettel – Induktionsgesetz

Zahlreiche Produzenten von Elektronikartikeln ermöglichen es, die Batterie eines Geräts drahtlos zu laden. Nachfolgend wird der Prozess des Aufladens einer elektrischen Zahnbürste analysiert, die für den Ladevorgang auf eine induktive Ladestation gestellt wird (vgl. Abbildung). Die Energieübertragung erfolgt mittels einer in der Ladestation integrierten Feldspule und einer Induktionsspule in der Zahnbürste. Diese Spulen sind elektrisch nicht



direkt miteinander verbunden. Die Feldspule, die verwendet wird, zeichnet sich durch kreisförmige Windungen aus und ist mit Luft gefüllt. Sie wird im Folgenden durch eine Windungszahl von $n = 50$, einen mittleren Radius von $R = 4,00 \text{ cm}$ und eine Länge von $L = 5,00 \text{ mm}$ definiert. Dadurch ist die Länge der Spule im Verhältnis zum Radius als klein anzusehen. Basierend auf theoretischen Betrachtungen lässt sich die Beziehung zwischen der Stärke B des von der Spule erzeugten Magnetfeldes und der Stromstärke I wie folgt beschreiben:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{\sqrt{(2R)^2 + L^2}} \cdot I$$

In diesem Zusammenhang bezeichnet

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

die magnetische Feldkonstante.

a) Ermitteln Sie den Proportionalitätsfaktor

$$k = \mu_0 \cdot \frac{n}{\sqrt{(2R)^2 + L^2}}$$

für die theoretisch bestehende Beziehung.

$$\begin{aligned} k &= \mu_0 \cdot \frac{n}{\sqrt{(2R)^2 + L^2}} \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{50}{\sqrt{(2 \cdot 0,04\text{m})^2 + (0,005\text{m})^2}} = 7,84 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}} \end{aligned}$$

Die Feldstärke einer (idealen) Spule mit der Länge $L = 0$ lässt sich mit der vereinfachten Formel

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{2R} \cdot I$$

darstellen.

b) Bewerten Sie, ob die Vereinfachung dieser Formel im vorliegenden Kontext gerechtfertigt ist.

Für die flache Spule gilt

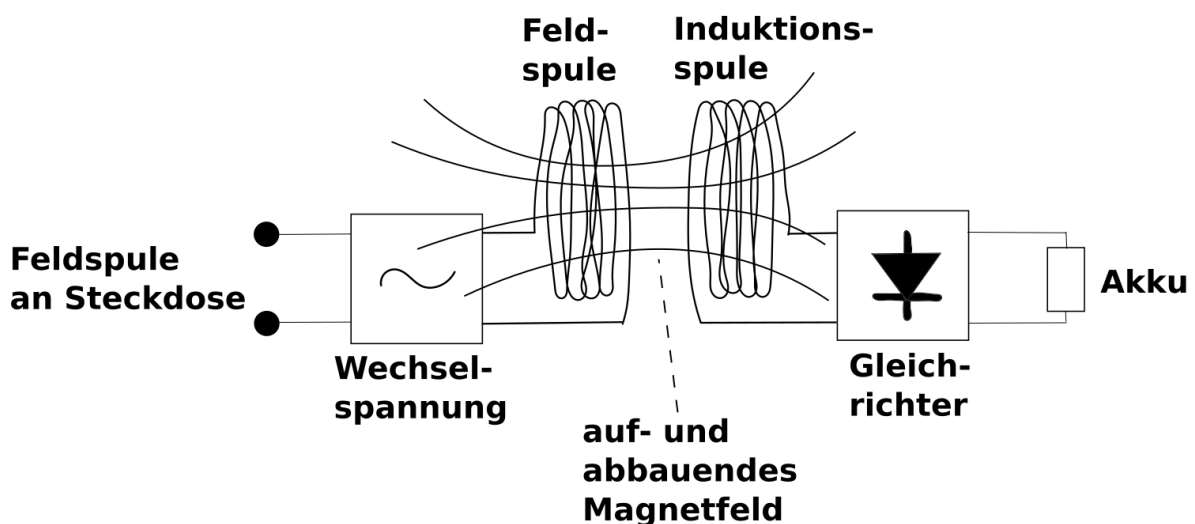
$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{(2R)} \cdot I$$

also beträgt der Proportionalitätsfaktor k

$$k = \mu_0 \cdot \frac{n}{(2R)} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \cdot \frac{50}{2 \cdot 0,04m} = 7,85 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A}$$

was einer sehr geringen Abweichung vom vorherigen Wert entspricht. Die einfachere Gleichung kann hier somit auch verwendet werden.

Die folgende Abbildung veranschaulicht das Basisprinzip der drahtlosen, induktiven Energieübertragung von der Feldspule zur Induktionsspule in der Zahnbürste.



Die induktive Übertragung von Energie gelingt mithilfe einer Wechselspannung, die in der Feldspule einen periodisch schwankenden Strom der Stärke I_1 erzeugt. An der Induktionsspule kann eine Spannung U_{Ind} festgestellt werden, die durch einen Gleichrichter derart verarbeitet wird, dass sie zum Laden eines Akkus geeignet ist.

c) Erörtern Sie, gestützt auf das allgemeine Prinzip der Induktion, die Ursache für die Messbarkeit einer Spannung U_{Ind} an der Induktionsspule.

Die Basis der induktiven Energieübertragung bildet das Prinzip des Induktionsgesetzes. Dieses Prinzip erklärt, dass eine Induktionsspannung entsteht, sobald das Produkt aus der Intensität des (homogenen) Magnetfelds und der Größe der Fläche, die senkrecht von diesem Feld durchdrungen wird, sich über die Zeit verändert. Eine solche Änderung tritt ein, wenn mindestens einer der beiden Faktoren - die Feldstärke oder die Flächengröße - sich wandelt. Durch den Einsatz eines Oszillators wird ein zeitlich variierendes Magnetfeld geschaffen, welches wiederum eine Induktionsspannung in der Empfangsspule des Smartphones induziert.

d) Erläutern Sie, weshalb eine induktive Energieübertragung nicht mit einem zeitlich unveränderlichen magnetischen Feld in der Feldspule realisiert werden kann.

Wenn das Magnetfeld über die Zeit unverändert bleibt und die Fläche der Spule konstant ist, gibt es keine zeitliche Änderung in der Intensität des Feldes, was zur Folge hat, dass keine Induktionsspannung erzeugt wird.

Die Spannung an der Induktionsspule lässt sich mit der Formel

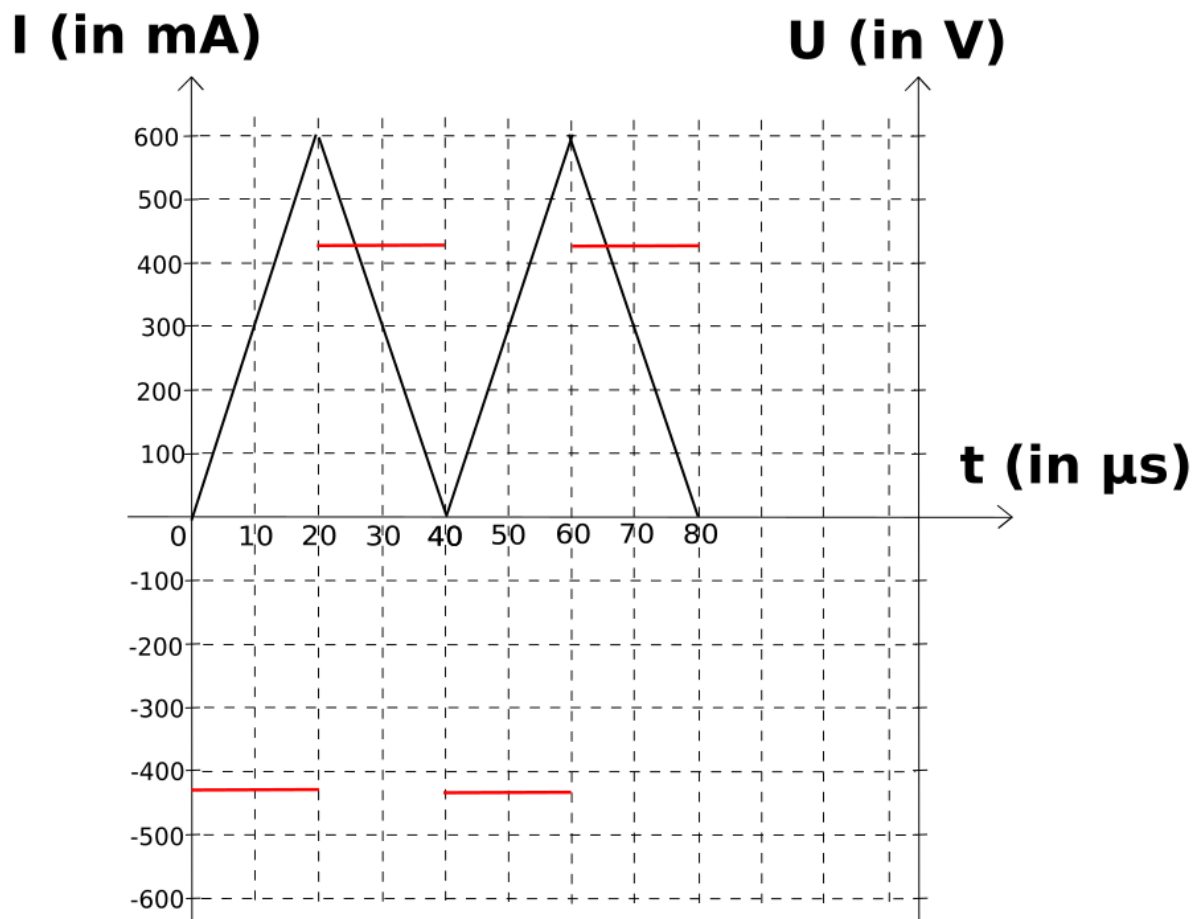
$$U_{Ind} = -n \cdot A \cdot \dot{B}$$

ausdrücken.

e) Erläutern Sie die physikalischen Größen, die in der Formel auftreten, bezogen auf die vorherige Abbildung.

Im beschriebenen Induktionsgesetz repräsentieren n die Anzahl der Windungen und A die Größe der Querschnittsfläche der Induktionsspule. B steht für die Rate, mit der sich die Stärke des magnetischen Feldes ändert, welches von der Feldspule generiert wird.

Innerhalb der Feldspule kann man durch spezielle Netzgeräte unterschiedliche zeitliche Verläufe der Stromstärke I realisieren. Unter anderem ein dreieckförmiger Stromstärkeverlauf in der Feldspule wie in der folgenden Abbildung.



Daraus folgt, dass die Magnetfeldstärke B in der Feldspule gemäß den Spezifikationen aus Teil 1b) und bestimmt wird. Die Induktionsspule verfügt über $n = 30$ Windungen und eine Querschnittsfläche von $A = 60,0 \text{ cm}^2$.

f) Verwenden Sie die in Teil b) und d) bereitgestellten Formeln, um die Spannung U_{Ind} an der Induktionsspule während einer ansteigenden Flanke im vorherigen Diagramm zu berechnen.

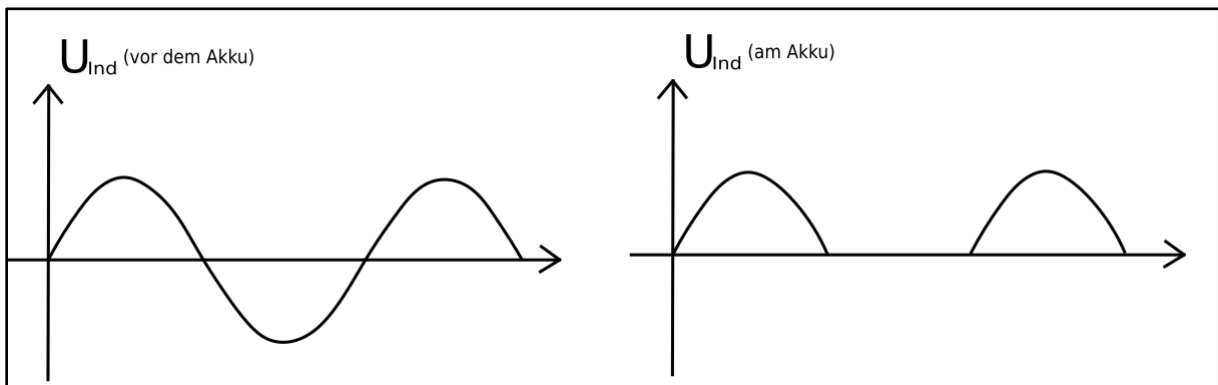
Die benötigte Formel lautet:

$$U_{\text{Ind}} = -n \cdot A \cdot \dot{B} = -n \cdot A \cdot k \cdot \dot{i}$$

$$U_{\text{Ind}} = -30 \cdot 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 7,85 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}} \cdot \frac{600 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{20 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = -4,239 \text{ V}$$

g) Zeichnen Sie, basierend auf der im Diagramm rechts vorgegebenen Achsenbeschriftung, den zeitlichen Verlauf der Spannung U_{Ind} in das Diagramm ein. Hinweis: Die Achse rechts muss entsprechend skaliert werden.

Der Gleichrichter vor dem Akku auf Seiten der Induktionsspule, sorgt dafür, dass alle negativen Spannungen U_{Ind} keine Wirkung zeigen, was bedeutet, dass die am Akku anliegende Spannung in diesen Fällen Null beträgt. Positive Spannungen hingegen bleiben unverändert.



h) Wiederholen Sie die Aufgabe g) unter Berücksichtigung des Einflusses des Gleichrichters.

