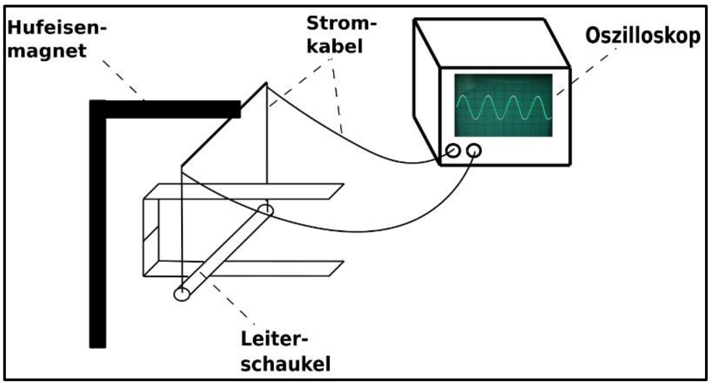
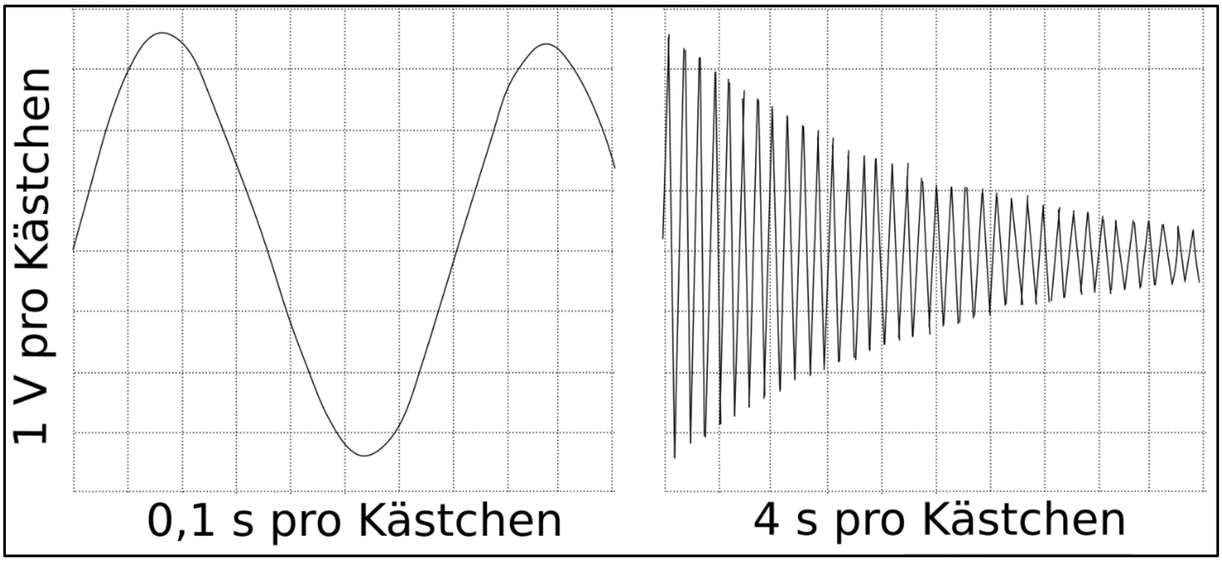
**Aufgabenzettel – Induktion (Bewegter Leiter) - Lösung**

Ein Kupferstab mit einer Länge von 10 cm ist an zwei dünnen, langen Kupferdrähten befestigt ist. Diese Konstruktion wird als Leiterschaukel bezeichnet und schwingt in einem homogenen Magnetfeld mit einer Stärke von B = 0,1 T. Dabei bleibt die Längsachse des Kupferstabes stets senkrecht zu dem Magnetfeld B und dem Geschwindigkeitsvektor v ausgerichtet. Es gilt außerdem (in guter Näherung)

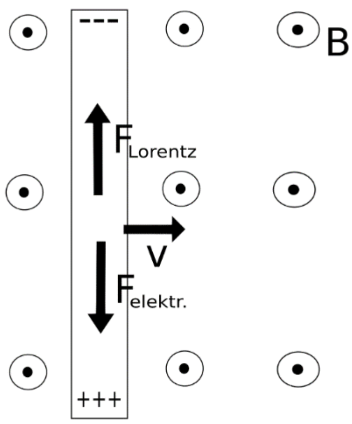



$$\vec{v} \perp \vec{B}$$

Während des Versuchs wurde beobachtet, dass zwischen den Enden des Kupferstabes eine elektrische Spannung auftritt. Die zeitliche Entwicklung dieser auftretenden Spannung U(t) wird in den folgenden Abbildungen dargestellt.




**a)** Skizzieren Sie eine zweidimensionale Prinzipskizze eines Leiters, der sich in einem Magnetfeld bewegt, indem sie die obere Abbildung vereinfacht darstellen.



**b)** Erklären Sie den Grund dafür, warum es in diesem Versuch zu einer Spannung U(t) zwischen den Enden des Leiters kommt.

Der Kupferstab bewegt sich gemäß der Skizze durch das homogene Magnetfeld mit der Stärke B. Aufgrund dieser Bewegung erfährt jedes Elektron im Leiter die Lorentzkraft. Dies führt dazu, dass die Elektronen im Leiter verschoben werden, was wiederum zu einer Ansammlung von Elektronen an einem Ende des Stabes und einem Mangel an Elektronen am anderen Ende führt. Infolgedessen entsteht zwischen den beiden Enden der Leiter eine elektrische Spannung aufgrund des entstandenen elektrischen Feldes. Innerhalb dieses elektrischen Feldes unterliegt ein Leitungselektron (zusätzlich zur Lorentzkraft) einer elektrischen Kraft. Die zuvor beschriebene Verschiebung der Leitungselektronen und somit der Aufbau des elektrischen Feldes dauert so lange an, bis die wachsende elektrische Kraft genau die Lorentzkraft ausgleicht.

**c)** Leiten Sie die Beziehung U(t) = L · v(t) · B her, gegebenenfalls durch Ergänzung Ihrer Skizze aus a). Hierbei repräsentiert L die Länge des Kupferstabes.

$F_{el} = -F_L$

$q \cdot E = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(90°) \qquad | \; q = e$

$e \cdot E = e \cdot v \cdot B \qquad | \; E = \frac{U}{L}$

$e \cdot \frac{U}{L} = e \cdot v \cdot B$

$U(t) = L \cdot v(t) \cdot B$

Wenn wir vorerst die Dämpfung außer Acht lassen, zeigt U(t) in guter Näherung eine sinusförmige Variation (wie in Abbildung 2 dargestellt). Bei der Bearbeitung der nachfolgenden Aufgaben können wir daher vorläufig davon ausgehen, dass U(t) rein sinusförmig verläuft.

**d)** Ermitteln Sie die Periodendauer T des Spannungssignals U(t) aus dem linken Diagramm.

7,1 Kästchen

$T = 7{,}1 \cdot 0{,}1s = 0{,}71s$

**e)** Bestimmen Sie die Höhe der (ersten) Amplitude $U_0$ des Spannungssignals U(t) aus dem linken Diagramm.

3,6 Kästchen

$U_0 = 3{,}6 \cdot 1V = 3{,}6\,V$

**f)** Geben Sie eine allgemeine Funktion für U(t) an.

$U(t) = \sin(\omega \cdot t)$ mit $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$

**g)** Geben Sie den Funktionsterm für U(t) unter Verwendung der spezifischen Größen für den vorliegenden Fall an.

$U(t) = 3{,}6V \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{0{,}71s}\right)$

**h)** Berechnen Sie die Geschwindigkeit $v_0$, mit der die Leiterschaukel durch die Ruhelage, den tiefsten Punkt der Bewegung, schwingt.

$U_{ind} = L \cdot v \cdot t$ oder $U(t) = L \cdot v(t) \cdot B$

$v(t) = \frac{U(t)}{L \cdot B} = \frac{3{,}6\,V}{0{,}1\,m \cdot 0{,}1\,T} = 360\,\frac{m}{s}$

Das rechte Diagramm oben zeigt, dass die reale Schwingung gedämpft ist, da die Amplituden im Laufe der Zeit abnehmen. Diese gedämpfte Schwingung kann mithilfe einer Funktion der Form

$$U(t) = U_A \cdot e^{-k \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

beschrieben werden.

**i)** Beschreiben Sie qualitativ ein Verfahren, um nachzuweisen, dass die Amplitudenabnahme exponentiell erfolgt.

*Hinweis: Die Anwendung dieses Verfahrens wird nicht verlangt.*

Man kann die "Amplitudenhöhen" für zehn aufeinanderfolgende Amplituden aus dem Diagramm ablesen. Man könnte die Amplitudenhöhe danach gegen die Zeit auftragen und prüfen, ob für diesen Prozess eine „Halbwertzeit“ existiert.