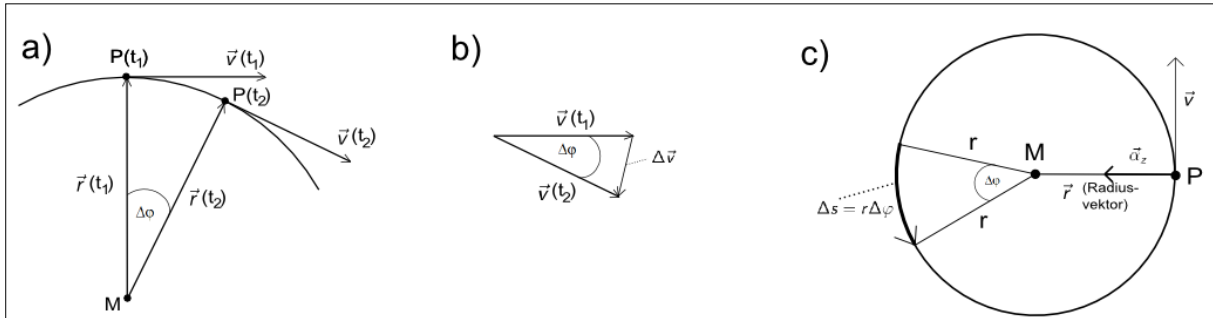


Infoblatt: Herleitung – Zentripetalbeschleunigung

Die Bahngeschwindigkeit ist ein _____. Sie hat zwar stets den gleichen Größenwert (Betrag), ändert aber ständig ihre _____. Jede zeitliche Änderung der Geschwindigkeit, egal ob durch eine



Änderung ihres _____ oder ihrer _____, bedeutet eine _____.

Die Beschleunigung der Kreisbewegung erhält man wie folgt: Dreht sich der Punkt an der Spitze des Radiusvektors von P_1 nach P_2 (siehe a), so legt er in der Zeit Δt den Weg Δs (siehe c) zurück. Die Radiusvektoren zu P_1 und P_2 schließen denselben Winkel $\Delta\varphi$ ein, wie die beiden Geschwindigkeitsvektoren in diesen Punkten. Das sieht man, wenn man die beiden Geschwindigkeitsvektoren von einem gemeinsamen Punkt aus abträgt (siehe b). Dann entspricht die Verbindung ihrer Endpunkte der Geschwindigkeitsänderung Δv (Richtungsänderung).

Bei kleinem Winkel $\Delta\varphi$ (*im Bogenmaß! definiert als das Verhältnis der Länge des Kreisbogens Δs zum Radius r*) ergibt sich aus dem einen Dreieck in c)

$$1. \Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

und aus dem anderen Dreieck in b)

$$2. \Delta\varphi = \frac{\Delta v}{v}$$

(Δv entspricht bei kleinem Winkel näherungsweise dem Kreisbogen). Setzt man die Terme gleich und formt um

$$\begin{aligned} &\text{Gleichsetzen von 1. und 2.} \\ &\frac{\Delta s}{r} = \frac{\Delta v}{v} \\ &\Leftrightarrow v\Delta s = r\Delta v \end{aligned}$$

so erhält man nach Division durch Δt (Erweiterung auf beiden Seiten der Gleichung):

$$\frac{v\Delta s}{\Delta t} = \frac{r\Delta v}{\Delta t}$$

Für kleine Zeiten Δt ist

$$\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

die (momentane) Bahngeschwindigkeit v und

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

die gesuchte Beschleunigung a_z . Man erhält (nach Einsetzen von v und a_z in die erweiterte Gleichung) folglich für kleine Zeiten $v^2 = r \cdot a_z$ oder

$$a_z = \frac{v^2}{r}$$

bzw. mithilfe von $v = \omega r$ schließlich

$$a_z = \omega^2 r$$

Der Vektor der **gleichförmigen Zentripetalbeschleunigung** a_z (auch Radialbeschleunigung a_R genannt) ist stets zum Mittelpunkt (Zentrum) der Kreisbahn gerichtet (siehe c). Damit sich ein Körper gleichförmig auf einer Kreisbahn bewegt, muss auf ihn ständig eine Kraft senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung ausgeübt werden. Der Betrag dieser **Zentripetalkraft** F_z ergibt sich nach dem 2. Newton'schen Axiom:

$$\vec{F}_z = m \cdot \vec{a}_z = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$